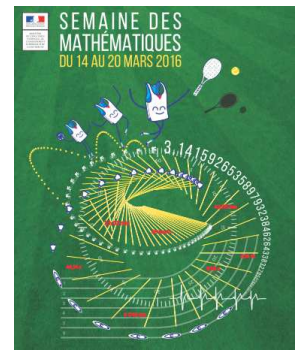


L'ENIGME du JOUR
ENIGME N°1 - niveau 3ème
Ballon de football.



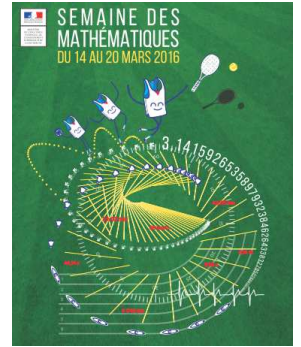
D'après le règlement de la FIFA, les ballons sont gonflés jusqu'à obtenir une sphère dont le rayon est mesuré en 45 000 points.

Pour un ballon de football de taille classique (taille 5), le règlement prévoit une circonférence comprise entre 68 cm et 70 cm.

Un ballon de football est un assemblage de 20 hexagones réguliers et de 12 pentagones réguliers de côté 4,6 cm. Ce ballon respecte-t-il le règlement de la FIFA ?



L'ENIGME du JOUR
CORRIGE ENIGME N°1 - niveau 3ème
Ballon de football.



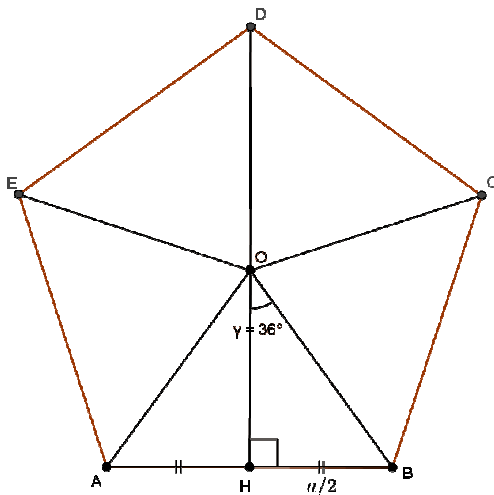
Soit a la longueur d'une arête.

Calcul de l'aire des hexagones :

$$\text{L'aire d'un hexagone est : } \left[\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \times a \right) \div 2 \right] \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$\text{L'aire des 20 hexagones de côté } 4,6 \text{ cm est donc : } 20 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 4,6^2 = 634,8\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Calcul de l'aire des pentagones :



$$OH = \frac{\frac{a}{2}}{\tan(36^\circ)} = \frac{2,3}{\tan(36^\circ)}$$

L'aire d'un pentagone est :

$$5 \times \left[\frac{a \times OH}{2} \right] = 5 \times \left[\frac{4,6 \times OH}{2} \right] = 5 \times [2,3 \times OH] = 5 \times \frac{2,3^2}{\tan(36^\circ)}$$

L'aire des 12 pentagones de côté 4,6 cm est donc :

$$12 \times 5 \times \frac{2,3^2}{\tan(36^\circ)} = \frac{317,4}{\tan(36^\circ)} \text{ cm}^2.$$

$$\text{L'aire du ballon est donc : } \boxed{634,8\sqrt{3} + \frac{317,4}{\tan(36^\circ)} \text{ cm}^2.}$$

On assimile le ballon à une sphère de rayon r .

$$\text{On a alors : } 4\pi r^2 \approx 634,8\sqrt{3} + \frac{317,4}{\tan(36^\circ)}.$$

On cherche la circonférence de cette sphère :

$$4\pi r^2 \approx 634,8\sqrt{3} + \frac{317,4}{\tan(36^\circ)}$$

$$\frac{(2\pi r)^2}{\pi} \approx 634,8\sqrt{3} + \frac{317,4}{\tan(36^\circ)}$$

$$2\pi r \approx \sqrt{\left[634,8\sqrt{3} + \frac{317,4}{\tan(36^\circ)} \right]} \times \pi \approx 69,474 \text{ cm}$$

La circonférence du ballon est comprise entre 68 cm et 70 cm, le ballon respecte donc le règlement de la FIFA.

